

UNIWERSALNE I ULTRAJEDNORODNE RETRAKCJE NA PRZESTRZENI URYSOHNA

MICHAŁ POPŁAWSKI

(WYNIKI UZYSKANE WSPÓLNIE Z JUDYTĄ BĄK I JOANNĄ
GARBULIŃSKĄ-WĘGRZYN)

M. Doucha wykazał [*Universal and homogeneous structures on the Urysohn and Gurarii spaces*, Israel J. Math. **218** (2017), no. 1, 299–330.] istnienie uniwersalnej, ultrajednorodnej, 1-lipschitzowskiej retrakcji $U: \mathbb{U} \rightarrow U[\mathbb{U}] \subset \mathbb{U}$ określonej na uniwersalnej przestrzeni Urysohna $\mathbb{U}$.

Uniwersalność oznacza, że dla każdej ośrodkowej przestrzeni metrycznej X oraz 1-lipschitzowskiej retrakcji $R: X \rightarrow R[X]$ istnieje taka izometria $i: X \rightarrow \mathbb{U}$, że dla każdego $x \in X$ mamy

$$i \circ R(x) = U \circ i(x) \quad \text{and} \quad \text{dist}(x, R[X]) = \text{dist}(i(x), U[\mathbb{U}]).$$

Ultrajednorodność U oznacza, że dla dowolnych skończonych zbiorów $A_1, A_2 \subseteq \mathbb{U}$ każda izometria $i: A_1 \rightarrow A_2$ spełniająca:

- $\forall x \in A_1 \ i \circ U(x) = U \circ i(x)$,
- $\forall x \in A_1 \ \text{dist}(x, U[\mathbb{U}]) = \text{dist}(i(x), U[\mathbb{U}])$

daje się rozszerzyć do autoizometrii $I: \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{U}$ tak, że:

- $\forall x \in \mathbb{U} \ I \circ U(x) = U \circ I(x)$,
- $\forall x \in \mathbb{U} \ \text{dist}(x, U[\mathbb{U}]) = \text{dist}(I(x), U[\mathbb{U}])$.

Na referacie przedstawione zostaną wyniki dotyczące topologicznych własności zbioru wszystkich uniwersalnych, ultrajednorodnych 1-lipschitzowskich retrakcji określonych na $\mathbb{U}$ w przestrzeni wszystkich 1-lipschitzowskich retrakcji określonych na $\mathbb{U}$ rozważanej z topologiami zbieżności punktowej i jednostajnej.

Ponadto, przedstawione zostaną warunki równoważne uniwersalności i ultrajednorodności.