

## O pewnym twierdzeniu Van Douwena

Marek Balcerzak

Niech  $X$  będzie przestrzenią metryczną. Kuratowski pokazał, że każdą funkcję ciągłą  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ , gdzie  $A \subset X$ , można rozszerzyć do funkcji ciągłej określonej na zbiorze  $G \supset A$  typu  $G_\delta$ . Van Douwen w 1993 r. udowodnił, że jeśli zbiór  $G \neq X$  jest typu  $G_\delta$  gęsty w  $X$ , to istnieje funkcja ciągła  $f: G \rightarrow \mathbb{R}$ , która nie ma ciągłego przedłużenia na zbiór  $G \cup \{x\}$  dla żadnego  $x \notin G$ . Ta własność charakteryzuje właściwe podzbiory gęste typu  $G_\delta$  przestrzeni  $X$ . Naszkicuję dowód charakteryzacji Van Douwena.